

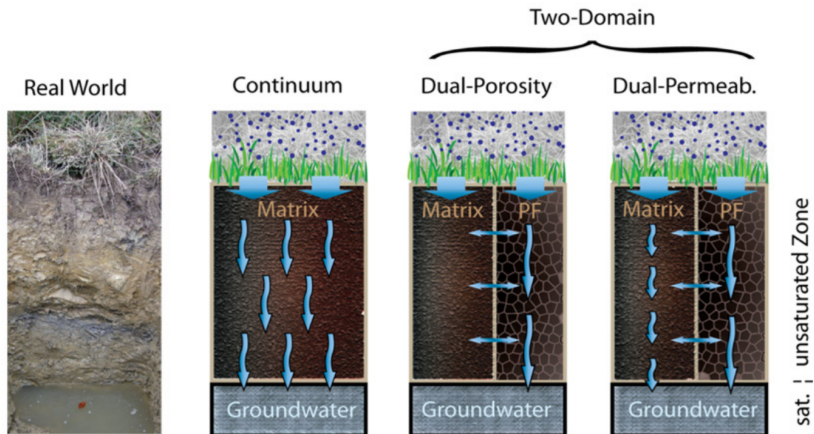
H1D transport vody

143YTPR - Transportní procesy

Jakub Jeřábek

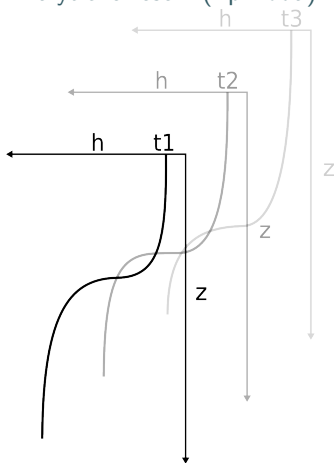
17. března 2023

1. Numerické modelování

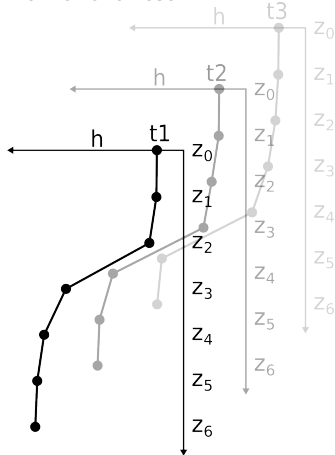


1. Numerické modelování

Analytické řešení (i příroda)

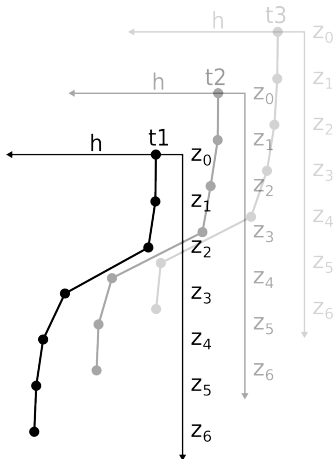


Numerické řešení



Numerické řešení

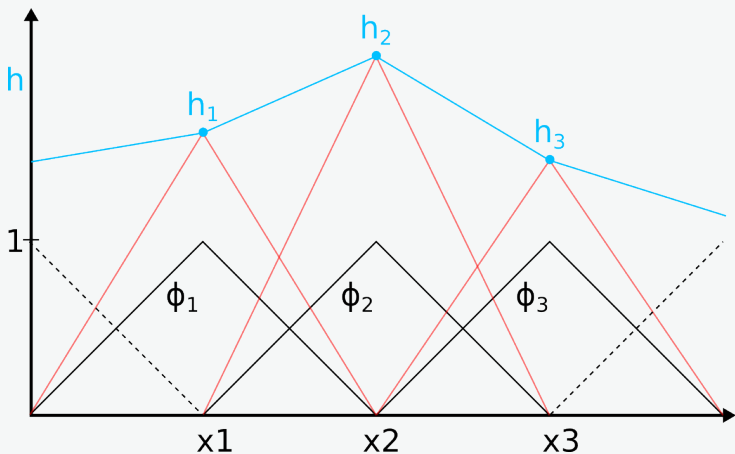
1. Parciální diferenciální rovnice
2. Prostorová diskretizace
Soustava obyčejných
diferenciálních rovnic
3. Časová diskretizace
Soustava lineárních rovnic



1. Numerické modelování

Prostorová diskretizace

Galerkinova metoda konečných prvků

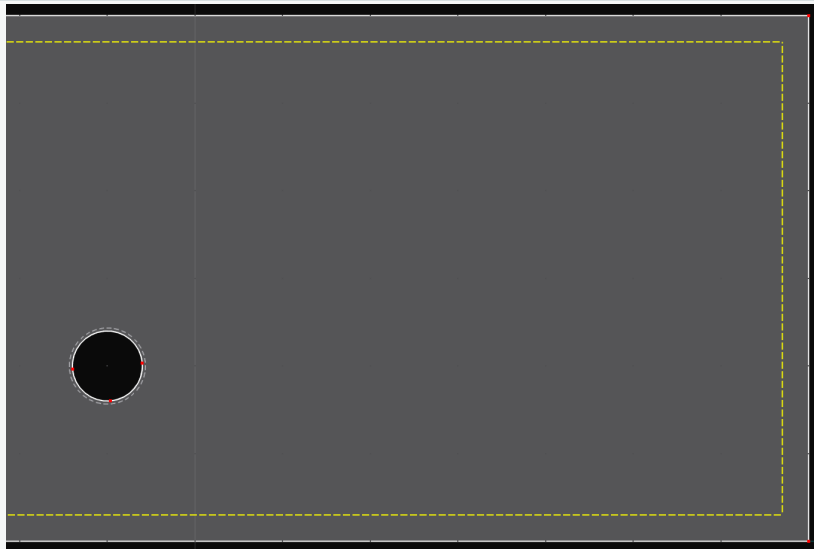


$$h(x) \approx h_1\phi_1 + h_2\phi_2 + h_3\phi_3 + h_4\phi_4$$

1. Numerické modelování

Prostorová diskretizace

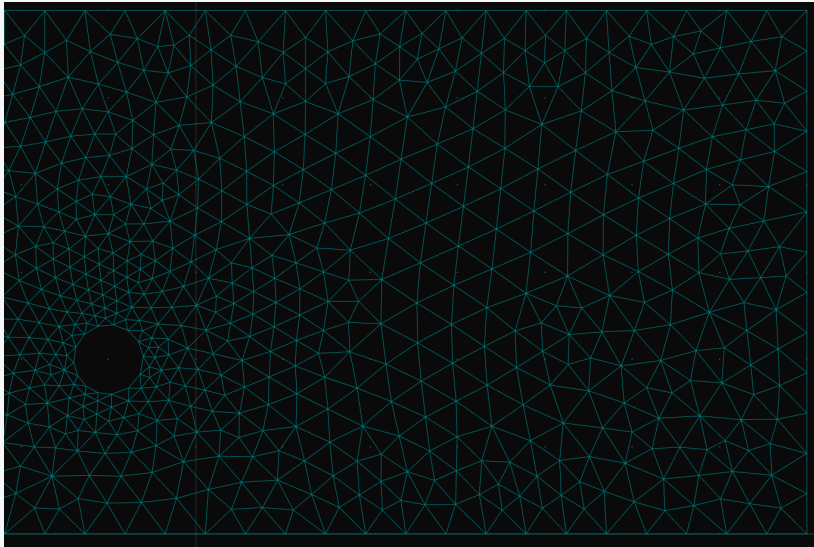
Galerkinova metoda konečných prvků



1. Numerické modelování

Prostorová diskretizace

Galerkinova metoda konečných prvků



1. Numerické modelování

Prostorová diskretizace

Galerkinova metoda konečných prvků



Časová diskretizace

$$\frac{\partial h}{\partial t} = F(h)$$

Explicitní metoda

$$\frac{h_{t+1} - h_t}{\Delta t} = F(h_t)$$

$$h_{t+1} = h_t + \Delta t F(h_t)$$

- + jednodušší implementace
- větší citlivost na délku časového kroku

Implicitní metoda

$$\frac{h_{t+1} - h_t}{\Delta t} = F(h_{t+1})$$

$$h_{t+1} - \Delta t F(h_{t+1}) = h_t$$

- složitější implementace
- + menší citlivost na délku časového kroku

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \cos(\alpha) \right) \right) - S$$

1. Numerické modelování

1. Richardsova rovnice

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \cos(\alpha) \right) \right) - S$$

2. Prostorová diskretizace – > Soustava obyčejných diferenciálních rovnic

$$- \int_{\Omega} \frac{d \sum_a \theta_a \phi_a}{dt} V_i d\Omega = - \int_{\Omega} \left(K(h) \sum_a h_a \frac{d\phi_a}{dx} \right) \frac{dV_i}{dx} d\Omega + \int_{\Omega} K(h) \cos(\alpha) \frac{dV_i}{dx} d\Omega$$

3. Časová diskretizace – > Soustava lineárních rovnic

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} \frac{\sum_a \theta_a \phi_a - \theta_{i,pre}}{\Delta t} V_i d\Omega = & - \int_{\Omega} \left(K(h) \sum_a h_a \frac{d\phi_a}{dx} \right) \frac{dV_i}{dx} d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} K(h) \cos(\alpha) \frac{dV_i}{dx} d\Omega \end{aligned}$$

2. Okrajové podmínky

Okrajové podmínky jsou rovnice, které se řeší v okrajových bodech

Dirichletova okrajová podmínka

$$h = h_{bc}$$

Neumannova okrajová podmínka

$$-K \frac{\partial H}{\partial z} = q_{bc}$$

Volná drenáž (jednotkový gradient)

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial z}{\partial z} = 0 + 1 = 1$$

$$-K(h) = q_{bc}$$

Výronová plocha

$$-K \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{pro} \quad h < 0$$

$$h = h_{hb} \quad \text{pro} \quad h \geq 0$$

2. Okrajové podmínky

Okrajové podmínky jsou rovnice, které se řeší v okrajových bodech

Dirichletova okrajová podmínka

- (Bez)Výtopová infiltrace
- Hladina podzemní vody

Neumannova okrajová podmínka

- Zavlažování, srážka, evapotranspirace
- Nepropustná vrstva ($\text{tok} = 0$)

Volná drenáž

- Vzdálená hladina podzemní vody

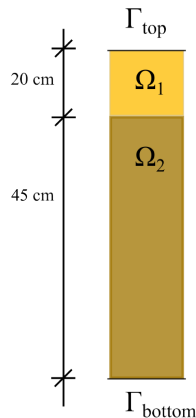
Výronová plocha

- Spodní líc neporušeného vzorku

Ustálený stav

Půdní profil je hluboký 65 cm. V hloubce -65 cm se nachází hladina podzemní vody. Půda není pokryta vegetací a je velmi vysušená. Povrch půdy je přikryt igelitem, aby bylo zamezeno dalšímu vysušování. Úkolem je odhadnout, za jak dlouho se dostane půdní voda do ustáleného stavu. Profil je složen z dvou půd (viz příloha).

- počáteční podmínka na horním okraji $h = -120$ cm; dolním okraji $h = ?$ cm. Počáteční podmínka je v oblasti je lineárně interpolována.
- horní okrajová podmínka (o.p.) toková = 0 cm/den
- dolní o.p. tlaková = ? cm



Ustálený stav

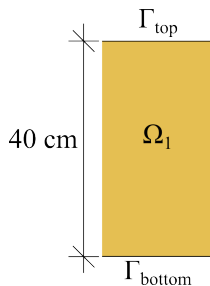
Otázky

- Za jak dlouho se půdní voda dostane do ustáleného stavu?
- Z čeho to lze vyčíst?
- Jaký je celkový potenciál v profilu po ustálení?
- Jaký je tok v profilu po ustálení?
- Jaký bude tlak na spodní okrajové podmínce pokud hladina podzemní vody klesne 120 cm pod povrch?

Výtopová infiltrace (v terénu)

Sledujte dynamiku výtopové infiltrace na mělké části půdního profilu. Na povrchu půdy je výtopa 2 cm. Hladina podzemní vody je ve velké hloubce. Profil je složen z jedné půdy (půda 1 předchozí úkol). Sledujte průběh infiltrace po dobu 2 hodin.

- počáteční podmínka je v celém profilu $h = -8 \text{ cm}$
- horní okrajová podmínka ?
- dolní o.p.?

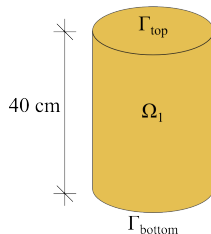


Vykopírujte průběh sacího tlaku s hloubkou (Profile Information) a toky přes okraje (Water Flow - Boundary fluxes and Heads: All fluxes). Za jak dlouho se čelo infiltrace dostane na spodní okraj výpočetní oblasti?

Výtopová infiltrace (v laboratoři)

Sledujte dynamiku výtopové infiltrace na půdním vzorku. Na povrchu půdy je výtopa 2 cm. Na spodním líci vzorku voda volně vytéká. Profil je složen z jedné půdy (půda 1 předchozí cvičení). Sledujte průběh infiltrace po dobu 2 hodin.

- počáteční podmínka je v celém profilu $h = -8$ cm
- horní okrajová podmínka ?
- dolní o.p.?



Vykopírujte průběh sacího tlaku s hloubkou (Profile Information) a toky přes okraje (Water Flow - Boundary fluxes and Heads: All fluxes). Za jak dlouho se čelo infiltrace dostane na spodní líc vzorku?

Výtopová infiltrace

Otázky (úkol 2 a 3)

- Jak se liší průběh tlaků v případě úkolu 2 a 3?
- Jak se liší toky před okraje v případě úkolu 2 a 3?
- Proč?
- Jaký je průběh celkového potenciálu v případě úkolu 2 a 3?

Půda 1

- h (cm)	Water cont.
1	0.310
10	0.268
30	0.241
58	0.199
89	0.177
500	0.152
6000	0.137

 $K_s = 65 \text{ cm/day}$

Půda 2

- h (cm)	Water cont.
1	0.365
10	0.232
30	0.177
58	0.149
89	0.137
500	0.119
6000	0.107

 $K_s = 280 \text{ cm/day}$